

Областное государственное бюджетное учреждение
дополнительного профессионального образования
«Рязанский институт развития образования»

Муниципальное бюджетное образовательное учреждение
«Лицей №52» города Рязани

Н. В. Наумлинская

**Проектная деятельность
как фактор повышения эффективности
обучения математике в средней школе**

Методическое пособие

Под научной редакцией Денисовой Марии Ивановны



Рязань 2017

**ББК 74.262
НЗ4**

Наумлинская, Н. В. Проектная деятельность как фактор повышения эффективности обучения математике в средней школе : методич. пособие / Н. В. Наумлинская ; под научн. ред. М. И. Денисовой ; Обл. гос. бюдж. учр-е доп. профессион. образ-я «Ряз. ин-т развития образования», Муницип. бюдж. образ. учр-е «Лицей №52» г. Рязани. – Рязань, 2017. – 58 с.

В методическом пособии освещается система организации проектной деятельности обучающихся в процессе обучения математике в средней школе, разработанная учителем математики лицея №52 города Рязани, Почетным работником общего образования РФ Натальей Викторовной Наумлинской.

Предназначено учителям, стремящимся усилить развивающий и воспитательный потенциалы школьного курса математики.

*Печатается по решению редакционно-издательского совета
Рязанского института развития образования.*

Научный редактор:

Денисова М. И., профессор кафедры математики и методики преподавания математических дисциплин ФГБОУ ВО «Рязанский государственный университет имени С. А. Есенина».

Рецензенты:

Денисова М. И., профессор кафедры математики и методики преподавания математических дисциплин ФГБОУ ВО «Рязанский государственный университет имени С. А. Есенина»;

Буйнажева Т. Н., учитель математики МБОУ «Школа №3 «Центр развития образования», руководитель методического объединения учителей математики города Рязани.

*Автор выражает благодарность рецензенту
Денисовой Марии Ивановне, замечания которой способствовали
улучшению качества настоящего пособия.*

**ББК 74.262
НЗ4**

© Н. В. Наумлинская, 2017

© М. И. Денисова, научное редактирование, 2017

© Областное государственное бюджетное учреждение дополнительного профессионального образования «Рязанский институт развития образования», 2017

© Муниципальное бюджетное образовательное учреждение «Лицей №52» города Рязани, 2017

Предисловие

В условиях перехода школы на новый федеральный государственный стандарт обучения и переориентации ведущих целей математического образования на развитие личности обучающихся существенно усилено внимание к развивающей и воспитательной функциям учебного процесса как важным условиям повышения его эффективности. В качестве одного из действенных факторов реализации этой задачи по праву можно считать целесообразно организованную проектную деятельность обучающихся.

В предлагаемом пособии, являющемся результатом многолетних творческих поисков учителя математики МБОУ «Лицей №52» города Рязани, Почетного работника общего образования Российской Федерации Наумлинской Натальи Викторовны представлена ее система организации проектной деятельности обучающихся. Учителем разработаны принципы реализации указанной деятельности, органично сочетающие исследовательские и творческие компоненты, предложены рекомендации по выбору тематики проектных работ, по структурированию проектной деятельности и др. В качестве приложения к пособию автором приведены проектные работы ее учеников, представленные на городской конкурс проектно-исследовательских работ школьников.

Освещая актуальную по своему значению и сложную в плане продуктивного решения проблему, пособие Н. В. Наумлинской предлагает конструктивные пути ее реализации в практике обучения, и потому, без сомнения, будет интересно и полезно широкому кругу учителей математики.

Профессор кафедры математики и методики преподавания математических дисциплин РГУ имени С. А. Есенина

М. И. Денисова

Организация проектной деятельности в опыте учителя-практика

Если человек в школе
не научится творить,
то и в жизни он будет
только подражать и копировать.

Л. Н. Толстой

Для того, чтобы формировать познавательные интересы детей, научить их изобретать, понимать и осваивать новое, выразить собственные мысли, осознавать свои возможности, принимать решения и помогать друг другу, необходимо вовлекать их в деятельность, требующую активного проявления указанных качеств. Эффективные возможности в указанном отношении создает проектная деятельность, органично сочетающая в себе исследовательскую и творческую формы работы.

Проект – это «пять П»:

- проблема;
- проектирование (планирование);
- поиск информации;
- продукт;
- презентация.

Шестое «П» проекта – это его портфолио, т. е. папка, в которой собраны все рабочие материалы, в том числе черновики, планы, отчеты и др.

Основные цели проектной деятельности:

- создание условий для решения школьниками интересующих их учебных проблем – от замысла до реализации;
- формирование проектных умений обучающихся как важного условия развития их индивидуальности;
- формирование ключевых компетенций.

Задачи проектной деятельности:

- сформировать у обучающихся систему интеллектуальных и общетрудовых знаний, умений и навыков;
- способствовать развитию их творческих способностей, инициативы и самостоятельности;
- способствовать развитию коммуникативных, рефлексивно-оценочных умений и навыков школьников;
- учить детей пользоваться приобретенными знаниями для решения познавательных и практических задач;
- развивать творческое мышление и воображение обучающихся.

Какие именно общеучебные умения и навыки формируются в проектной деятельности?

1. Рефлексивные умения:
 - осмысливать задачу, для решения которой недостаточно знаний;
 - отвечать на вопрос: чему надо научиться для решения поставленной задачи?
2. Поисковые (исследовательские) умения:
 - самостоятельно генерировать идеи, т. е. изобретать способ действия, привлекая знания из различных областей;
 - самостоятельно находить недостающую информацию в информационном поле;
 - запрашивать необходимую информацию у эксперта (учителя, консультанта, специалиста);
 - находить несколько вариантов решения проблемы;
 - выдвигать гипотезы;
 - устанавливать причинно-следственные связи.
3. Умения и навыки работы в сотрудничестве:
 - навыки коллективного планирования;
 - умение взаимодействовать с любым партнером;
 - навыки взаимопомощи в группе в решении общих задач;
 - навыки делового партнерского общения;
 - умение находить и исправлять ошибки в работе других участников группы.
4. Менеджерские умения и навыки:
 - умение проектировать процесс;
 - умение планировать деятельность, время, ресурсы;
 - умение принимать решения и прогнозировать их последствия;
 - навыки анализа собственной деятельности (ее хода и промежуточных результатов).
5. Коммуникативные умения и навыки:
 - умение инициировать учебное взаимодействие со взрослыми – вступить в диалог, задавать вопросы и т. д.;
 - умение вести дискуссию;
 - умение находить компромисс;
 - навыки интервьюирования, устного опроса и т. д.
6. Презентационные умения и навыки:
 - навыки монологической речи;
 - умение уверенно держать себя во время выступления;
 - артистические умения;
 - умение использовать различные средства наглядности при выступлении;
 - умение отвечать на незапланированные вопросы.

Всякий проект, независимо от типа, имеет практически одинаковую структуру.

Структура проектной деятельности



Знание структуры проектной деятельности позволяет составить единую циклограмму ее выполнения, **неважно, долгосрочная она или краткосрочная, групповая или индивидуальная, и – вне зависимости от тематики.**

В качестве примера рассмотрим циклограмму деятельности руководителя и участника индивидуального проекта – ученика 7 класса Соколова Никиты.

Педагогическая цель: выработать навыки исследовательской работы, привить интерес к математике, развить умение сбора и обработки информации в работе с дополнительной литературой и интернетом.

Ученическая цель: познакомиться с видами симметрии, рассмотреть симметрию в прикладных задачах и связь математики с другими предметами.

Этапы	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
<p>1. Начальная стадия 1.1. Выбор темы проекта</p>	<p>Никита в прошлом году подготовил сообщение «Меры длины» и выступил с этим сообщением на закрытии научно-практической конференции. После этого ему было предложено несколько тем, над которыми он мог бы поработать в 7 классе, а именно:</p> <ul style="list-style-type: none"> а) Что мы знаем и не знаем о процентах. б) Симметрия вокруг нас. в) Математическая статистика 	<p>После летних раздумий Никита выбрал тему «Симметрия вокруг нас»</p>
<p>1.2. Выделение подтем в теме проекта</p>	<p>Были предложены следующие подтемы:</p> <ul style="list-style-type: none"> а) Рассмотреть виды симметрии. б) Прикладная значимость симметрии в общественных науках, естественно – математических науках. в) Симметрия в русских узорах. г) Симметрия в коллекции тронов русских царей в Оружейной палате Кремля. д) Симметрия в народных промыслах Рязани и Рязанской области 	<p>Из предложенных подтем Никита выбрал интересующие его и составил план своей работы. В сентябре и октябре посещал библиотеки, отобрал интересующую его литературу, а так же ознакомился с сайтами Интернета</p>
<p>1.3. Подготовка материалов</p>	<p>После того, как он познакомился с планом работы, ему в ноябре было предложено рассмотреть симметрию в математике и разобраться с некоторыми прикладными задачами. В декабре Никите рекомендовалось посетить музей Кремля и совершить экскурсию по городу, чтобы отобрать краеведческий материал и познакомиться с архитектурой города. За январь рассмотреть</p>	<p>За предложенный период познакомился с тремя видами симметрии: центральной, осевой и зеркальной. Рассмотрел построение центрально симметричных фигур и фигур, имеющих оси симметрии. Так как зеркальная симметрия рассматривается только в 10 классе, то отобрал картинки с зеркальной симметрией. Разобрал (с помощью учителя) задачу столяра и</p>

	<p>применение симметрии в биологии, медицине, кристаллографии, архитектуре.</p> <p>До промежуточных каникул (с 8 по 14 февраля) частично оформить собранный материал</p>	<p>задачу с новогодней гирляндой.</p> <p>Совершил с родителями экскурсию по городу и сфотографировал здания, имеющие симметрию.</p> <p>Решили воспользоваться готовыми фотографиями фотографов-профессионалов и сканировали фото из известных фотоальбомов, которые находятся в лицейской библиотеке.</p> <p>Выдвинул гипотезу, что симметрия вездесуща</p>
1.4. Определение форм подведения итогов проектной деятельности	Обсудили формы представления результата исследовательской деятельности	Принял решение представить исследовательскую работу в виде презентации, а также оформить весь материал в виде реферата, чтобы любой заинтересованный человек мог бы прочитать и оценить собранный материал
2. Разработка проекта	<p>Консультация обучающегося по всем возникшим у него вопросам. Осуществление «перевода» материалов, опубликованных в литературе, на доступный для ученика 7 класса язык.</p> <p>Координация действий обучающегося по поводу решения задач известными способами, а не теми, которые могли бы быть предложены обучающимся старших классов. Выбор с обучающимся наиболее оптимальной последовательности оформления уже наработанного материала.</p> <p>Определение перспективы работы в дальнейшем</p>	<p>Намечены этапы изложения наработанного материала.</p> <p>Возникла проблема решения квадратного уравнения (так как тема «Решение квадратных уравнений» изучается в 8 классе). Определен графический способ решения квадратного уравнения, так как с помощью графиков можно решить его в 7 классе, построив в одной системе координат графики функций $y = x^2$ и $y = 1 - x$).</p> <p>Намечена перспектива работы на будущее, а именно: рассмотреть «Золотое сечение», «Числа Фибоначчи»</p>
3. Презентация	Учителем предложено поработать в качестве	Первыми слушателями и зрителями были родители.

	<p>экспертов родителям Никиты, а Никите выступить перед параллелью седьмых классов в день математики на закрытии научно-практической конференции недели наук</p>	<p>На все их слова «непонятно», реагировал нормально и переделывал слайды так, чтобы они были более наглядными. Затем выступил 2 марта перед параллелью седьмых классов. 9 апреля предстояло выступить на закрытии научно-практической конференции. 16 апреля участвовал в городском конкурсе проектных работ в МБОУ «Школа №58»</p>
<p>4. Рефлексия</p>	<p>Слова благодарности и похвалы выразили коллеги, присутствующие на защите, а именно: учитель русского языка и литературы, заслуженный учитель Российской Федерации Сметанина Л. М. была поражена объемом выполненной работы, ее доступностью, а самое главное тем, что симметрия присутствует и в поэзии. Далее выступила председатель методического объединения учителей математики и информатики Щеголькова Н. В., которая также высоко оценила работу Никиты и предложила внести в раздел народного творчества фотографии работ наших лицеистов: девочек по плетению на коклюшках на уроках труда и мальчиков – по лозоплетению. Заместитель директора по научной работе, оценив работу, предложила Никите выступить на закрытии научно-практической конференции в течение недели наук</p>	<p>Получил слова благодарности и похвалы за свою работу от присутствующих на защите учителей, а самое главное, от своих одноклассников, которые вставали и говорили, что работа отличная, что они хотели бы тоже на следующий год заняться каким-то проектом, а один ученик встал и коротко сказал: «6 : 0 (шесть ноль)»</p>

С помощью циклограммы можно отследить как деятельность обучающегося, так и деятельность руководителя проекта. Из нее видно, что учитель:

- мотивирует деятельность (создает ситуацию выбора и свободы самоопределения);
- консультирует ученика (какой литературой лучше воспользоваться, учитывая возрастную группу обучающегося, как грамотно составить план и т. д.);
- наблюдает за работой (получает информацию, которая позволяет продуктивно работать во время консультаций и является основой в оценке действий обучающегося);
- помогает обучающемуся (если возникают вопросы по поводу решения каких-то задач, то с помощью наводящих вопросов приходим к выводу, каким способом можно решить ту или иную задачу).

Готовый продукт этой проектной деятельности, а именно исследовательская работа «Симметрия вокруг нас» ученика 7 класса Соколова Никиты, представлена нами в виде реферата.

Ученик в ходе работы над проектом учится:

- работать с литературой, отбирать нужную информацию;
- выявлять проблемы, выдвигать гипотезы и находить пути разрешения поставленных проблем;
- обрабатывать полученную информацию, осмысливать и представлять ее в проектной документации (вышеперечисленные пункты являются составляющими информационной компетенции);
- контактировать со взрослыми, вступать с ними в диалог, грамотно формулировать вопросы;
- отстаивать свою точку зрения и уметь признавать свои ошибки;
- уверенно держаться перед аудиторией;
- актерскому и ораторскому мастерству.

(Последние четыре пункта являются составляющими коммуникативной компетенции.)

Работая над проектом, ученик развивал свои рефлексивные и поисковые умения, так как ему пришлось осмысливать задачу, для решения которой недостаточно знаний, находить новые пути решения задачи, выдвигать гипотезы; коммуникативные умения, так как ему пришлось вести дискуссию. В полной мере развил презентационные умения. Это говорит о том, что поставленная педагогическая цель достигнута.

Мы разработали и групповой проект с обучающимися шестого класса на тему «Отношения». Не буду перечислять все вопросы, которые были охвачены в ходе работы над проектом, это может сделать каждый читатель самостоятельно, но сделаю акцент на рецензии к проекту. Если в

проекте «Симметрия вокруг нас» была представлена в качестве примера циклограмма, то перед подачей на конкурс проекта «Отношения» требовалось написать рецензию на эту работу. Начинающему учителю, возможно, сделать это затруднительно, поэтому предлагаю в качестве примера рецензию на эту работу. (См. Приложение.)

В ходе выполнения группового проекта «Треугольник» с обучающимися 5 класса ставилась цель: исходя из практических задач дать определение треугольника, классифицировать треугольники по сторонам и углам, выдвинуть несколько гипотез, позволяющих нам выйти на некоторые свойства треугольника, которые будут доказаны в курсе геометрии 7 и 8 классов. Учителю предстояло заинтересовать обучающихся геометрическим материалом и выработать умения и навыки работы в сотрудничестве.

Как преподнести геометрический материал интересно и доступно? Как сделать так, чтобы ребенок восхитился определением?

На занятиях кружка мы с десятью обучающимися ставили эксперименты, выдвигали гипотезы и пытались обосновать их практическим путем.

Так родился проект «Треугольник». Хотелось бы отметить, что обучающиеся пятого класса еще не могли на тот момент выполнить яркую презентацию и тут им пришли на помощь ученики седьмого класса, тот же Никита Соколов и другие. Эти обучающиеся не просто делали за пятиклассников презентацию, а учили их работать с той или другой программой. Промежуточные каникулы прошли в тесном сотрудничестве моих обучающихся пятых и седьмых классов. (Смотри проект №3 «Треугольник».)

Для того чтобы охватить исследовательской работой весь класс и привлечь к проектной деятельности как можно больше ребят, можно совмещать традиционные и личностно-ориентированные подходы в обучении через включение элементов проектной деятельности, например, посредством задач исследовательского характера, в обычный урок.

Так, можно не просто решить задачу №286 из курса математики шестого класса Истоминой Н. Б., но и предложить ребятам сделать мини-проект.

Задача: *Изменится ли натуральное число, если его сначала увеличить на 10%, затем полученное число уменьшить на 10%? Проверь свой ответ на любом однозначном, двузначном и трехзначном числе.*

Мы по рядам провели исследования с однозначным числом a , именно, возьмем число 6, найдем 10% от него: $6 \cdot 0,1 = 0,6$; получим число $6 + 0,6 = 6,6$, затем уменьшим его на 10%: $6,6 \cdot 0,1 = 0,66$, получим число $6,6 - 0,66 = 5,94$; следовательно, $6 - 5,94 = 0,06$, а это 1% от взятого числа.

Далее были проделаны действия с двузначным и трехзначным числами. Ребятами было подмечено, что выбранное ими число уменьшилось на 1%. Была выдвинута гипотеза: если число сначала увеличить на 10%, а затем полученное число уменьшить на 10%, то первоначальное число уменьшится на 1%. Затем эта гипотеза была доказана.

Пусть x – выбранное число, тогда $x \cdot 1,1 = 1,1x$ – станет число после увеличения,

$1,1x \cdot 0,9 = 0,99x$ – число после уменьшения, $x - 0,99x = 0,01x$. Это значит, что после двух изменений первоначальное число уменьшилось на 1%.

На дом было задано оформить в виде презентации наши наработки и придумать самим примеры или задачи, в которых бы сохранился смысл задачи № 286.

Пример: *Шубка в магазине стоила 12000 рублей, в сезон цена возросла на 10% и шубка стала стоить 13200 рублей, к весне цену снизили на 10%, и шубка стала стоить 11880 рублей. Покупателю стоит задуматься, в какое время года покупать шубку.*

Выбирая тематику работ, мы должны придерживаться следующих правил: тема должна быть интересна ребенку, выполнима, оригинальна, содержать элементы неожиданности, необычности. Оригинальность следует понимать, как способность нестандартно смотреть на традиционные предметы и явления. Мы должны натолкнуть ребенка на ту идею, в которой он максимально может реализоваться как исследователь, попытается раскрыть лучшие стороны своего интеллекта, получит новые полезные знания, умения и навыки. Побуждать ребенка к поиску открытия, а может быть, и к построению мини-теории. При этом мы понимаем, что не каждый ученик, взявшись за работу, может показать высокий уровень исследования.

Привожу тематику творческих работ обучающихся. При этом некоторые темы можно объединять в одну творческую работу.

Обучающимся пятых и sixth классов предлагались следующие темы творческих работ:

1. Совершенные числа.
2. Старинные русские меры или старинная математика.
3. Магические квадраты.
4. Математика на клетчатой бумаге.
5. Задачи на переливание жидкости.
6. Координатная плоскость и знаки зодиака.
7. Магия чисел.
8. Золотое сечение.
9. Масштаб.
10. Процентные расчеты на каждый день.

Объединив несколько тем, а именно: «Золотое сечение», «Пропорции», «Масштаб», «Диаграммы» и т. д. (см. Приложение), обучающиеся вместе с учителем разработали план написания проекта «Отношение».

Для обучающихся седьмых-одиннадцатых классов предлагались темы:

7 класс

1. Последние цифры степеней.
2. Треугольник Паскаля.
3. Топологические опыты своими руками.

8 класс

1. Применение подобия треугольников в жизни.
2. Вся правда о Пифагоре.
3. Франсуа Виет – кто же он? Адвокат, тайный советник при дворе, ракетмейстер или великий математик?
4. Различные способы решения квадратных уравнений.
5. Паркетты.
6. Бордюры.

9 класс

1. Математика на шахматной доске.
2. Некоторые приемы решения геометрических задач.
3. Теорема Мора – Маскерони.
4. Системы счисления.
5. Графы и их применение.

10 класс

1. Теоремы Чевы и Менелая.
2. Окружность девяти точек.
3. Фракталы.
4. Его Величество – Случай.
5. Правильные многогранники.
6. Геометрия Лобачевского.
7. Графы в жизни и в задачах.

11 класс

1. Теорема Гульдена.
2. Экономика и математика.
3. Определители и матрицы.
4. Решение систем уравнений методом Гаусса.
5. Приложение определенного интеграла в экономике.

Подводя итог, отмечу, что проект – это форма обучения, которая может:

- применяться как на уроке, так и во внеурочное время;
- ориентирована на достижение целей самих обучающихся, и поэтому она уникальна по своей продуктивности;
- формирует столько умений и навыков, что можно говорить о ее чрезвычайно большой эффективности.

А если добавить к этому тот факт, что проект дает ученикам опыт собственной математической деятельности, то он незаменим.

Тот, кто не смотрит вперед,
оказывается позади.

Дж. Герберт

Эти слова стали девизом проектной деятельности.

Литература

1. Епишева, О.Б. Основные параметры педагогической технологии : лекция для слушателей Сибирских методических чтений / О.Б. Епишева // Математика. – 2000. – №8. – С. 1-4.

2. Интернет-ресурсы по проблемам проектной и исследовательской деятельности <http://schoolis.keidysh.ru/iabmro> – Методический сайт лаборатории методики и информационной поддержки развития образования МИОО.

3. Новикова, Т. Проектные технологии на уроках и во внеурочной деятельности / Т. Новикова // Народное образование. – 2000. – №7. – С. 151-157.

4. Основные современные концепции творчества и одаренности. – М. : Молодая гвардия, 1997. – 416 с.

5. Пахомова, Н.Ю. Метод учебных проектов в образовательном учреждении : пособие для учителей и студентов педагогических вузов / Н.Ю. Пахомова. – М. : АРКТИ, 2003. – 112 с.

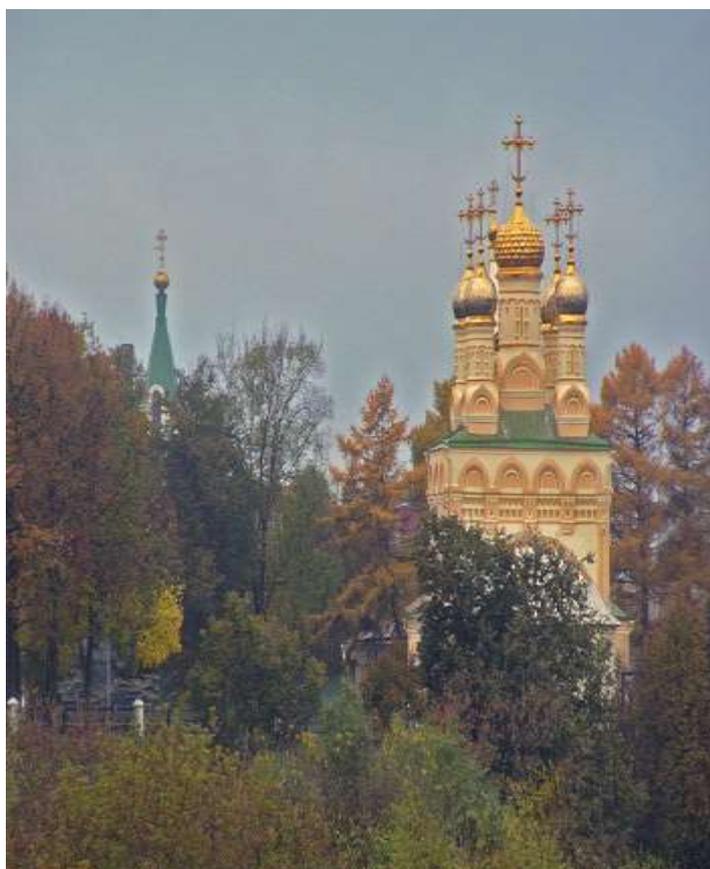
6. Пахомова, Н.Ю. Учебные проекты: его возможности // Учитель. – 2000. – №4. – С. 52-55.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Примеры оформления проектных работ

Муниципальное бюджетное образовательное учреждение «Лицей №52»

«Симметрия вокруг нас»



Выполнил: Соколов Никита –
ученик 7 А класса.

Руководитель: Наумлинская
Наталья Викторовна -
учитель математики.

Рязань
2010

Содержание

1. Вступительная часть:
 - цели;
 - задачи;
 - обоснование выбранной темы.

2. Основная часть.
 - а) Связь симметрии с другими науками:
 - с математикой;
 - с биологией;
 - с медициной;
 - с кристаллографией;
 - с литературой.

 - б) Симметрия в народных промыслах Рязанской области.

 - в) Симметрия в архитектуре нашего города.

3. Заключительная часть:
 - подведение итогов;
 - перспектива работы на будущее.

Симметрия – это идея, с помощью которой человек веками пытался объяснить и создать порядок, красоту, совершенство.

Георг Вейль

Вступительная часть

Цель работы:

Познакомиться с одной из интереснейших тем геометрии – «Симметрия». Раскрыть ее многообразие и многоликость.

Задачи:

1. Познакомиться с разными видами симметрии.
2. Рассмотреть связь симметрии с математикой, биологией, литературой, медициной, кристаллографией.
3. Научиться распознавать симметричные фигуры в жизни, в архитектуре г. Рязани, в народных промыслах Рязанской области.
4. Убедиться, что симметрия связана с упорядоченностью и уравновешенностью, пропорциональностью и соразмерностью частей, красотой и гармонией, с целесообразностью и полезностью.

Окружающий мир многообразен, и в нем можно увидеть вещи и предметы, содержащие математические законы, свойства, символы, знаки и многое другое. Надо быть только очень внимательным.

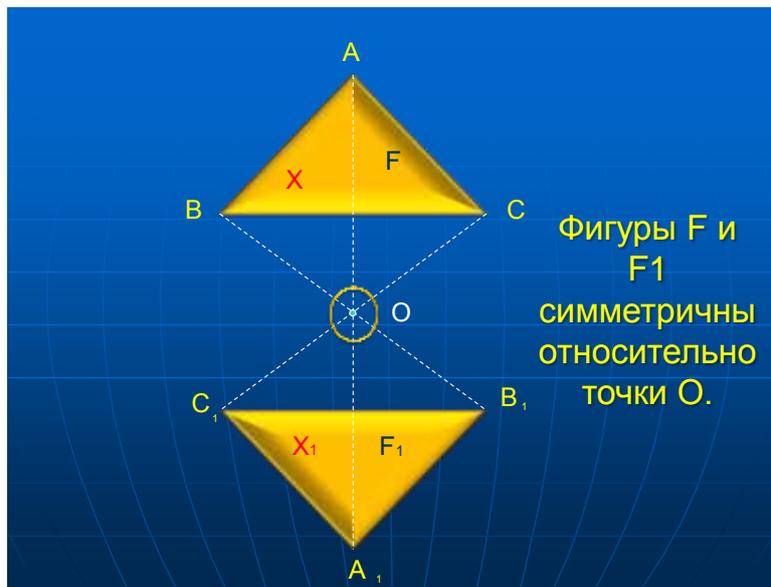
Математика неисчерпаема и многозначна. Одних покоряет ее логическая стройность, другие ценят в ней точность, а третьи восхищаются ее красотой. Сегодня я хочу рассказать вам о красоте математики.

Эта наука, как многолетний дуб, раскинула такие могучие ветви, что ни один математик, даже самый, самый, самый, уже не в состоянии изучить всю математику, а выбирает лишь какую-нибудь ее ветвь. Вот и я сегодня выбрал маленькую ветвь – симметрия.

Основная часть

На занятиях кружка в 5 классе мы познакомились с такими понятиями, как «симметрия относительно точки» (центральная симметрия) и «симметрия относительно прямой» (осевая симметрия).

Рассмотрим пример центральной симметрии, где происходит преобразование фигуры F в фигуру F_1 , при котором каждая точка X фигуры F переходит в точку X_1 фигуры F_1 , симметричную относительно данной точки O . Такое преобразование называется преобразованием симметрии относительно точки O , при этом фигуры F и F_1 называются симметричными относительно точки O .



Преобразование фигуры F в фигуру F_1 , при котором каждая ее точка X переходит в точку X_1 , симметричную относительно данной прямой d , называется симметрией относительно прямой d .



Все эти вопросы изучаются в 8 классе на уроках геометрии, и в 10 классе рассматривается зеркальная симметрия, т. е. симметрия относительно плоскости. Я не ставил себе цель изучить досконально эту тему в 7 классе, но мне было интересно узнать: в каких областях знаний применяется симметрия и как.

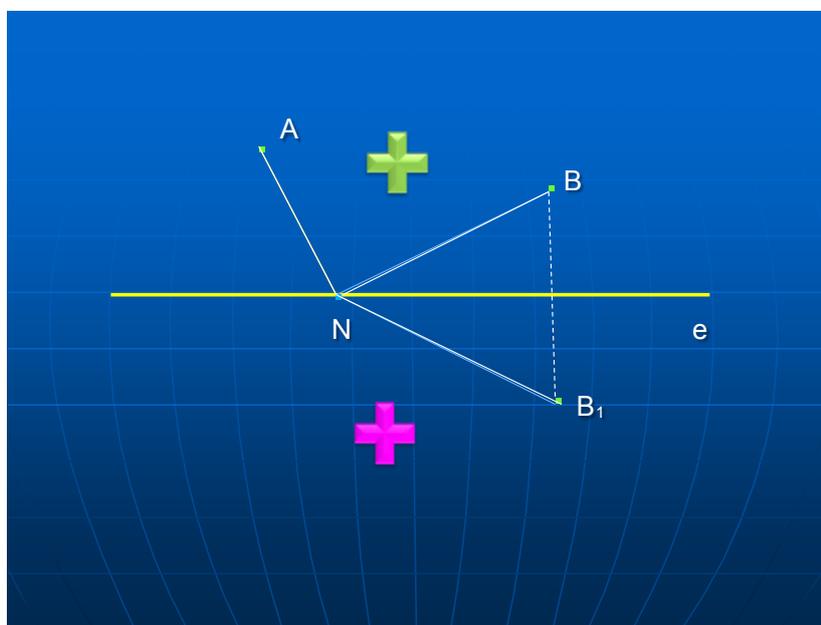
Остановлюсь на своей любимой математике. С помощью знаний о симметрии, можно решать математические задачи. Например:

Найти на прямой l такую точку M , чтобы сумма ее расстояний до двух заданных вне прямой точек A и B была наименьшей. Эта задача для 7 класса предлагалась при поступлении в ЗФТШ.

- Если точки A и B лежат по разные стороны от прямой, то решение очевидно: надо провести отрезок AB и найти точку M пересечения этого отрезка с прямой l .

- Пусть теперь точки A и B находятся по одну сторону от прямой d . Заменяем тогда точку B симметричной с ней относительно прямой d точкой B_1 . Где бы мы ни выбрали точку N на прямой d , выполняется равенство $NB = NB_1$. Поэтому $AN + NB$ принимает наименьшее значение одновременно с $AN + NB_1$.

Теперь ясно, как решить задачу. Надо найти точку B_1 , симметричную точке B относительно прямой d , соединить точку B_1 с точкой A и взять точку M – пересечение AB_1 и d .

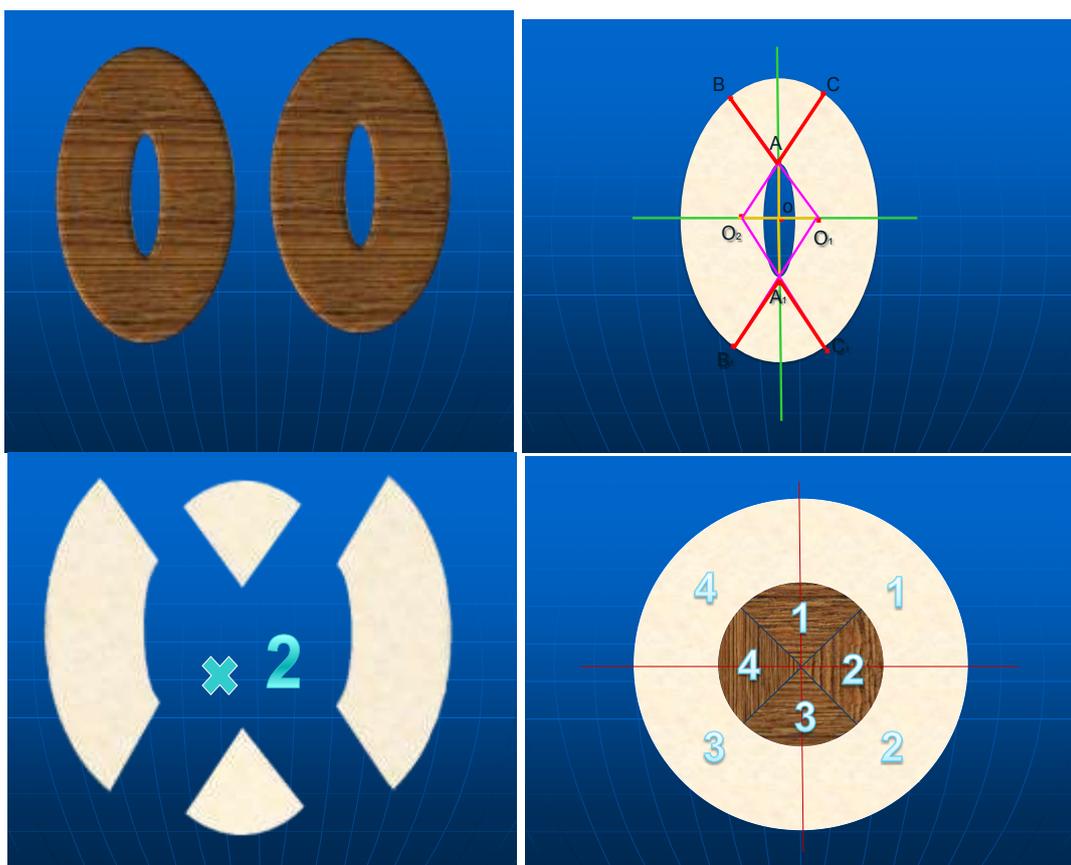


Существует много задач, где необходимо применение симметрии. И часто эти задачи приходится решать простым людям, а не математикам. Приведу одну из них.

Задача про столяра.

Столяру принесли две одинаковые овальные доски с продолговатыми отверстиями в центре и заказали из них одну круглую сплошную крышку для стола. Доски оказались из дерева редкой породы, и мастеру хотелось употребить их в дело полностью, без каких бы то ни было обрезков.

Чтобы не делать лишних, необдуманных разрезов, столяр сначала вырезал из плотной бумаги выкройку, присмотрелся к форме, кое-что проверил циркулем. Оказалось, что намерение мастера вполне осуществимо, и притом с небольшим количеством разрезов каждой доски. Как распилит столяр принесенные доски?



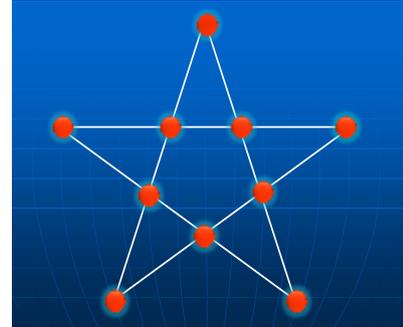
Столяр заметил, что имеется две оси симметрии. Затем он обнаружил, что если половину продольной оси отверстия отложить на поперечной оси, и соединить точки прямыми, то каждая из полученных фигур будет в точности составлять четверть круга. Столяр распилит каждую доску по полученным прямым, и из полученных 8 частей склеил аккуратно круглую крышку стола.

И еще приведу одну задачу, которую многим приходится решать в преддверии Нового года.

Задача про иллюминацию.

При изготовлении праздничной иллюминации как можно было бы красиво разместить 10 лампочек в 5 рядов, по 4 лампочки на одной прямой?

Нужно, чтобы у полученной фигуры были бы центр и ось симметрии.

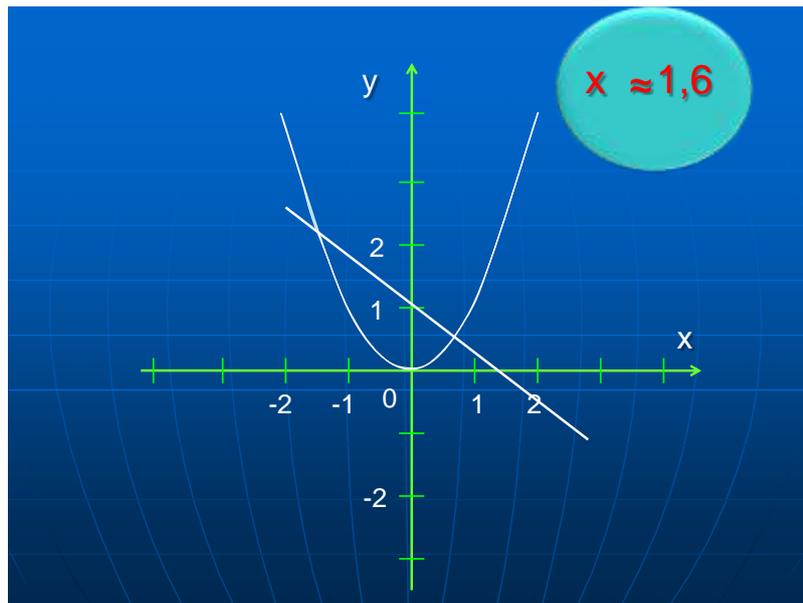


Ответ: пятиконечная звезда.

Работая над данным проектом, я просмотрел ряд статей, касающихся симметрии. В одной из них прочитал, что Пифагор показал, что отрезок АВ единичной длины можно разделить на две части так, что отношение большей части (АС = x) к меньшей (СВ = $1 - x$) будет равно отношению всего отрезка (АВ = 1) к большей части (АС):

$$\frac{AC}{CB} = \frac{AC - CB}{CB}, \text{ т.е. } \frac{x}{1-x} = \frac{1}{x}, \text{ откуда } x^2 = 1 - x. \text{ Положительным корнем}$$

этого уравнения является число $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. Такие числа мы еще не изучали, но графически я могу решить данное уравнение и $x \approx 1,6...$



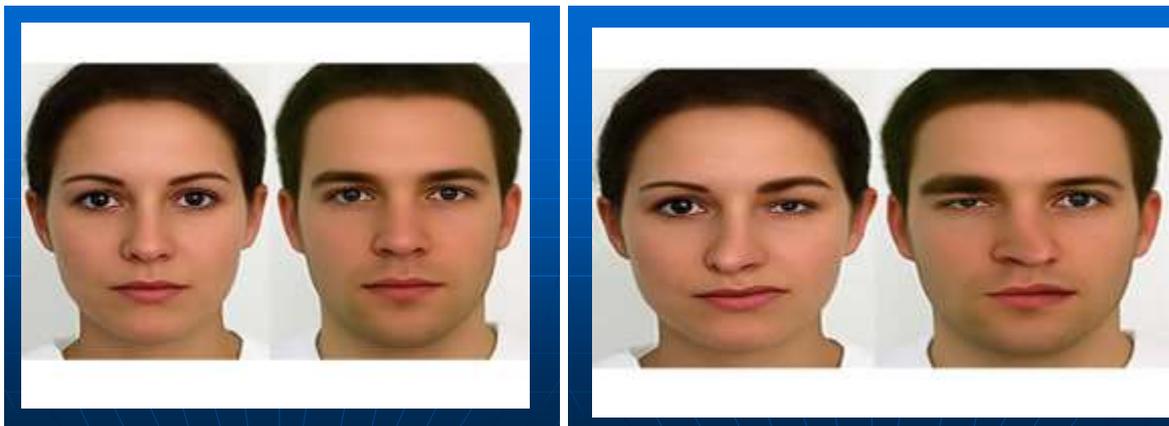
Такое деление Пифагор назвал золотым делением, или золотой пропорцией, а Леонардо да Винчи – золотым сечением. Впоследствии учение о золотом сечении получило широкое применение в математике, эстетике, ботанике, технике. Думаю, что к вопросу о золотом сечении я еще вернусь, но не в этом году.

Действительно, симметричные предметы окружают нас буквально со всех сторон, мы имеем дело с симметрией везде, где наблюдается упорядоченность. Симметрия противопоставляет хаосу, беспорядку. Почему мы находим одни вещи красивыми, а другие нет? Почему некоторые люди кажутся нам более привлекательными, а другие менее? Пропорция и симметрия необходимы нашему зрительному восприятию для того, чтобы мы могли считать этот объект красивым. Смотреть на симметричное изображение приятнее, чем на ассиметричное.

«Пропорции человека» Леонардо да Винчи – известная работа, иллюстрирующая симметрию человека.

Среди врачей существует мнение, что причинами наших болезней являются не только вирусы и не столько вирусы, сколько нарушения конструкции тела. Научно установлено, что симметричные люди меньше болеют и дольше живут.

Одно я знаю точно, чтобы быть красивым нужна пропорциональность и симметрия. Давайте проведем опыт. На фотографии мы с вами видим абсолютно симметричные лица мужчины и женщины. А здесь с помощью программы фотошоп я сделал эти лица ассиметричными. Результат очевиден.



Получается, что симметрия – это уравновешенность, упорядоченность, красота, совершенство. Симметрия многообразна, вездесуща. Она создает красоту и гармонию. Симметрия пронизывает весь окружающий нас мир.

Симметрия в природе – следствие необходимости сохранять устойчивость. Симметричные формы наиболее устойчивы к разного рода воздействиям, поскольку они обеспечивают повторяемость удачных форм.

Фотографии растений, животных, насекомых служат ярким подтверждением.

Было обнаружено, что применяемая в ботанике для описания видов винтового расположения листьев на побеге последовательность дробей

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{5}{13}$... во-первых, составлена из ряда чисел Фибоначчи, во-вторых,

построена так, что числитель и знаменатель любой дроби, начиная с третьей, равна сумме числителей и знаменателей двух последующих дробей. Выяснилось, что эта последовательность дробей в ботанике применяется для описания спирального расположения семян в головках подсолнечника или чешуй в сосновых шишках. До конца я не смог разобраться с этим вопросом, так как надо изучить числа Фибоначчи, и как они связаны с золотым сечением, но эта еще одна перспектива, над которой следует призадуматься.

Наиболее поразительным примером симметрии в неорганическом мире являются кристаллы. Пьер Кюри рассматривал симметрию как результат диалектического взаимодействия объекта со средой. Он придавал симметрии огромную роль в исследовании физических явлений, и этими явлениями занимается такая наука, как кристаллография. (Коллекцию кристаллов можно увидеть в приложении.)

Мы видим симметрию, глядя на транспорт, читая стихи...

Великий немецкий поэт Иоганн Вольфганг Гете утверждал, что «всякая композиция основана на скрытой симметрии». Владеть законами композиции – это значит владеть законами симметрии.

Нас всегда будут восхищать «орнаменты», созданные великим русским поэтом А. С. Пушкиным.

...В гранит оделася Нева;
Мосты повисли над водами;

Темнозелеными садами
Ее покрылись острова...

Более детально я хотел бы остановиться на симметрии в народных промыслах нашей Рязанской области.

Михайловское кружево

Единственное в России цветное кружево издавна плетут в старинном городе Михайлове. Из белых и цветных нитей мулине мастерицы с помощью деревянных палочек (коклюшек) создают симметричные узоры, радующие глаз красочностью и богатством фактуры.

В древности кружева оценивали на вес: один грамм кружева приравнивался одному грамму золота. Сейчас мастера и художники

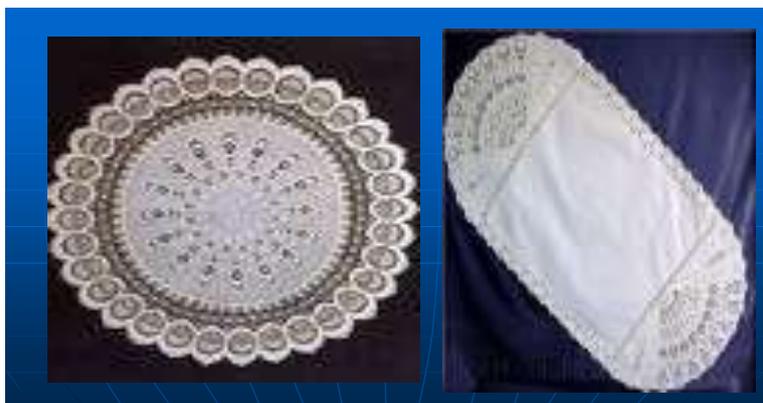
продолжают создавать великолепные предметы искусства, пополняя, таким образом, золотой запас России.



Михайловское кружево

Кадомский вениз

Согласно легенде, Петр I запретил покупать кружево за границей, и повелел обучать искусству плетения венецианского кружева русских монахинь. По преданию, монахинь привезли в Кадом, где они научили местных рукодельниц создавать сказочные узоры. Кадомчанки быстро освоили филигранную технику и стали делать чудное венецианское кружево. А вскоре на его основе создали уникальную игольчатую вышивку «вениз».



Скопинская керамика

Скопинский гончарный художественный промысел – традиционный центр народного искусства на Рязанской земле. Своим возникновением промысел обязан глине, залегающей в больших количествах в окрестностях города Скопина.

Ассортимент изделий, выпускающихся на скопинском промысле, как и в прежние времена, разнообразен. По-прежнему самые интересные, по-настоящему уникальные изделия – квасники, кумганы, подсвечники,

скульптуры, оправы для каминных часов, – делаются авторами вручную на гончарной основе.

Оригинальные изделия скопинского художественного промысла являются своеобразной визитной карточкой Рязанской области.



Шиловское лозоплетение

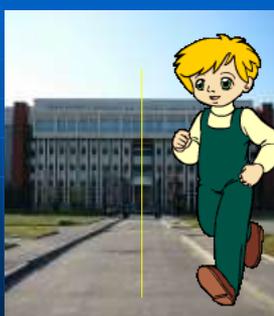
Когда появилось первое плетеное изделие, определить практически невозможно. Но достоверно известно, что уже в Древнем Египте плетение получило достаточно широкое распространение.



Изготовление бытовых предметов из природного материала методом плетения – неотъемлемый элемент традиционной культуры крестьян Шиловского района. Наряду с плетением из дуба и бересты в крестьянском быту широко применялось плетение из ивового прута и лозы ежевики.

Теперь я вместе с вами хочу прогуляться по родной Рязани (по слайдам). В ходе «экскурсии» можно увидеть симметрию в архитектуре г. Рязани, в культовых сооружениях, в памятниках, на транспорте, в мостах.

Административно-общественные здания и симметрия



Симметрия в культовых сооружениях



Мосты и дороги



Симметрия в памятниках



Но симметрия может вызвать и отрицательные эмоции. Представим себе современные жилые кварталы, застроенные одинаковыми симметричными домами (часто удобными и целесообразными). Но они разве не создают впечатление скучного однообразия? Вспомним кинофильм «Ирония судьбы, или с легким паром». Герой приезжает в другой город, приходит на улицу с таким же названием, находит такой же дом, квартиру и даже ключ. Конечно, в этом проявляется «минус симметрии».



Заключительная часть

В заключение немного об асимметрии.

Посмотрите на гондолу: незаметно на глаз, но именно за счет асимметрии гондола идет ровно.



Как контрпример хочется показать вам здания в стиле модерн. Хороши ли они, будут ли они также долго радовать наш глаз? Об этом можно поспорить, ведь вкусы у всех разные.



Мир не мог бы быть абсолютно симметричным (ничто бы не изменялось, не было бы никаких различий, в таком мире ничего бы не наблюдалось – никаких явлений, объектов). Не мог бы существовать абсолютно асимметричный мир. Это был бы мир, без каких-либо законов, где ничто не сохраняется, где нет каких-либо причинных связей. Реальный мир – это мир, основывающийся на диалектике симметрии и асимметрии.

Я понял одно: сколько еще предстоит узнать и открыть для себя, но в первую очередь в ближайшее время я рассмотрю числа Фибоначчи, и мы с вами встретимся и подискусируем о великом и неповторимом явлении – симметрии.

*О, симметрия! Гимн тебе пою!
Тебя повсюду в мире узнаю.
Ты в Эйфелевой башне, в малой мошке,
Ты в елочке, что у лесной дорожки.
С тобою в дружбе и тюльпан, и роза,
И снежный рай – творение мороза.*

Литература

1. Гусев, В.А. Внеклассная работа по математике в 6-8 классах / В.А. Гусев, А.И. Орлов, А.Л. Розенталь. – М. : Просвещение, 1984.
2. Избранные вопросы математики. 7-8 класс. – М. : Просвещение, 1978.
3. Тарасова, Л.В. Симметрия в окружающем нас мире / Л.В.Тарасова. – Изд. Оникс 21 век, Мир и образование, 2005.
4. Смолина, Н.И. Традиции симметрии в архитектуре / Н.И. Смолина. – М. : Стройиздат, 1990.

Отзыв участника проекта Соколова Никиты «Что дала мне работа над проектом»

Я очень обрадовался тому, что преподаватель математики предложила мне сделать исследовательскую работу. Само слово «исследовать» меня сразу заинтересовало. С программой презентаций я был знаком, но, как оказалось в процессе моей работы, Power Point мне тоже пришлось исследовать. Эту работу я делал несколько месяцев. Нужно было собрать материал, для этого я посещал библиотеку, просматривал Интернет, более внимательно смотрел вокруг себя (искал симметрию). Потом необходимо было разобраться в собранном материале и изложить его доступным языком. С этим мне помогла Наталья Викторовна – преподаватель математики. Материалы, написанные очень сложным языком она мне «переводила» и объясняла. Много времени заняла работа над слайдами. Я долго добивался того, чтобы представленные мною прикладные задачи были наглядными, интересными и доступными. Вот тут-то мне и пришлось «исследовать» программу презентаций, так как нужно было, чтобы некоторые отрезки исчезали, а на их месте появлялись новые, в то же время некоторые отрезки должны были оставаться на месте. Фигуры хотелось сделать объемными, с текстурой и тенью... Я, думаю, мне это удалось. Также при создании презентации некоторые слайды делал в фотошопе.

Часто, вместо того, чтобы просто поиграть в компьютер, мне приходилось заставлять себя делать эту работу. Но когда я втягивался и видел хорошие результаты, то оставался довольным собой.

Первыми моими слушателями были родители. Иногда они говорили: «Здесь непонятно...». И я переделывал слайды, делая их более наглядными. Работа была готова, когда мама и папа сказали: «Отлично!».

Свою работу я защищал перед учащимися седьмых классов. В зале стояла тишина, все слушали очень внимательно, а по окончании ребята кричали: «Отлично, 6 баллов!». На защите присутствовали учителя, заместитель директора по научной работе. Очень приятно было услышать от них хорошие слова в свой адрес. Учитель литературы была удивлена, что симметрия присутствует и в поэзии (я показал это наглядно). Заместитель директора по научной работе предложила мне выступить с моей работой на заключительной конференции, проходящей у нас в лицее на неделе наук. Я был горд собой. У меня все получилось. Никакие компьютерные игры не могут сравниться с тем, когда друзья, пожимая руку, хвалят тебя.

Многие мои товарищи решили на будущий год тоже делать исследовательские работы. Я думаю, моя работа, действительно, их заинтересовала, поэтому им захотелось попробовать сделать, может быть, даже что-то более интересное и познавательное самим.

Я очень доволен, что взялся за эту работу и довел ее до конца. Благодаря этой работе я узнал много нового и понял, что нельзя останавливаться на середине (даже если надоело и очень трудно), ведь конечный результат, особенно если он получился, дорогого стоит.

Рецензия
на исследовательскую работу по математике
учащихся 6а класса Глазковой Елизаветы и Улыбиной Анастасии

Исследовательская работа на тему «Отношения» выполнена в соответствии с требованиями к оформлению реферата: наличие правильно оформленных титульного листа, плана, списка литературы, наличия таблиц, диаграмм, иллюстраций. Содержание соответствует теме и плану. Целесообразность выбранной темы состоит в том, что в шестом классе изучаются очень важные темы, такие как: пропорции, масштаб, длина окружности, диаграммы. Существует богатый материал, который помог учащимся расширить и углубить свои знания по этим темам, дал возможность приобрести навыки анкетирования, интервьюирования, практического эксперимента, выдвижения гипотез, а также навыки работы с презентацией. Исходя из проблемы исследования, авторы грамотно поставили и реализовали цели и задачи данной работы. Содержание, выводы и обобщения позволяют судить о правильности изложения существа вопроса. Полнота освещения изученного материала выходит за рамки школьного реферата. Поскольку дети в 6 классе еще не изучают физику и химию, а им приходилось выполнять практический эксперимент в рамках обоих предметов, то новизна выбранной темы не вызывает сомнения.

Девочки самостоятельно изучили тему «Золотое сечение», приобретя книгу с таким же названием из серии «Мир математики» (том 1). Выписывали непонятные им вопросы и задавали их учителю на консультации. Таким образом, мы вместе пришли к выводу, что в рамках шестого класса ограничимся только определением золотого сечения и рядом экспериментов, а изучив иррациональные числа, продолжим рассматривать эту тему в восьмом классе. Так определилась перспектива работы на последующие годы.

Сильными сторонами исследовательской работы являются научный, проблемный подходы к изучению темы, наличие документального материала.

Сопроводительные материалы представлены в виде компьютерной презентации, удачно дополняющей данный реферат. Подкупает свободное владение изложенным материалом, эмоциональная подача информации, умение работать с аудиторией. Практически не было равнодушных слушателей на творческой защите предложенной темы.

Работа заслуживает оценки «отлично». Рекомендовано участие в работе секции математики Лицейской Академии Наук и научно-практической конференции в рамках Недели наук, а также в межлицейских чтениях «Ступеньки».

Рецензент – учитель Н. В. Наумлинская

Муниципальное бюджетное образовательное учреждение
«Лицей №52»



Тема

«ОТНОШЕНИЯ»

Реферативная работа по математике

**Выполнили: Глазкова Елизавета
Улыбина Анастасия –
ученицы 6А класса**

**Руководитель: Наумлинская Н. В. –
учитель математики**

**Рязань
2013**

Содержание

Вступление.

1. Пропорции.

2. Масштаб.

3. Концентрация вещества.

4. Синус, косинус, тангенс острого угла.

5. Математическое исследование. Окружность и свойство хорд окружности.

6. Число Пи.

7. Круговые диаграммы.

Заключение.

Узоры математики, как и узоры художника или узоры поэта, должны быть красивы; идеи, как и краски или слова, должны сочетаться гармонически. Красота является первым критерием: в мире нет места для безобразной математики.

Дж. Х. Харди

Вступление

Отношения бывают семейные, между мужчиной и женщиной, производственные, международные, дружеские и агрессивные и т. д.

Определение:

Отношение – философская категория или научный термин, обозначающий связь двух или более предметов.

Если использовать это определение, то можно назвать связь между молотком и гвоздем, т. е. это тоже своего рода отношение, но мы в своей работе хотели обобщить отношения, которые изучали на уроках математики и во внеурочное время в 6 классе.

Цель. Расширить и углубить понятия: пропорция, масштаб, круговая диаграмма, длина окружности и число π и как оно связано с таким понятием, как освещенность. Также познакомиться с новыми понятиями как, синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника. Рассмотреть окружность и практическим путем выйти на свойство хорд окружности. Узнать, что такое концентрация раствора и выяснить много ли соли в морской воде.

Задачи:

- познакомиться с таким понятием, как Золотое сечение. Рассмотреть его проявление в анатомии человека и архитектуре. Выяснить путем измерений, кто из девочек класса наиболее пропорционален, а также какие известные в Рязани здания наиболее соответствуют золотой пропорции;

- измерить свою комнату изобразить ее план в масштабе;
- зная, что такое концентрация раствора, узнать концентрацию соли в привезенной из отпуска морской воде;
- зная определение тригонометрических функций, опытным путем выйти на их некоторые свойства;
- провести ряд измерений и, обобщив полученные данные, попробовать выдвинуть гипотезу о свойстве хорд в окружности;
- измерить освещенность в кабинете математики;
- провести анкетирование и построить диаграмму интересов обучающихся класса.

При сравнении двух значений какой-то величины часто возникает вопрос:

а) во сколько раз одно значение больше другого или б) какую часть по отношению к другой оно составляет? В таких случаях частное двух чисел называют отношением.

Примеры:

$$1. \text{ Скорость} = \frac{\text{Длина (пройденного пути)}}{\text{Время (потраченное на этот путь)}}$$

2. Рассмотрим две задачи:

а) Найти отношение массы мышки к массе слона. Мышка весит 50 г, а слон 5 тонн. Составим отношение: $\frac{50}{5}$, т. е. мышка в 10 раз тяжелее слона.

б) Сравнить скорость черепахи и космической ракеты. Скорость ракеты 8 км/с, скорость черепахи 400 см/ч. Составим отношение: $\frac{8}{400}$, таким образом, скорость ракеты составляет 0,02 от скорости черепахи.

А вы ничего не заметили?

Конечно же, первое правило при составлении отношений, это чтобы все единицы были выражены в одной системе.

Если продолжить разговор о мышке и слоне, то мы для себя узнали удивительную вещь, а именно, что плотности мягкой и пушистой мышки и твердого и сморщенного слона равны. Плотность вычисляется по формуле $\rho = m/v$ (Физический калейдоскоп – стр. 15, см. литературу), а ведь это тоже отношение.

Переходим к известным нам отношениям.

1. Пропорции.

В этом году мы изучали пропорции.

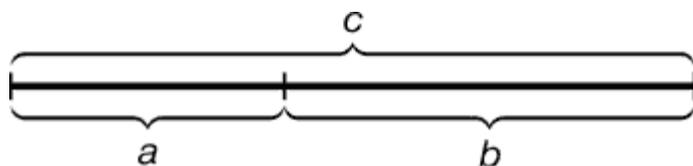
Слово «пропорция» ввел в употребление Цицерон в I веке до н.э., переводя на латынь платоновский термин «аналогия», который буквально означал «вновь-отношение», или, как мы говорим, «соотношение». С тех пор вот уже 2000 лет пропорций в математике называют равенство между отношениями четырех величин a, b, c, d:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Пропорции начали изучать еще в древности. В IV веке до н.э. древнегреческий математик Евдокс дал определение пропорции, составленной из величин любой природы.

Существует золотая пропорция, которая определяется как деление отрезка на две неравные части, при котором меньшая из них так относится к большей, как последняя ко всей длине отрезка. Еще золотую пропорцию называют золотым сечением.

$$a : b = b : c \text{ или } c : b = b : a.$$



Эту пропорцию принято обозначать греческой буквой ϕ и она равна 1,61803398874989484...

Золотое сечение мы находим всюду: в изобразительном и прикладном искусстве, в архитектуре и музыке, в литературе, в предметах быта и машинах.

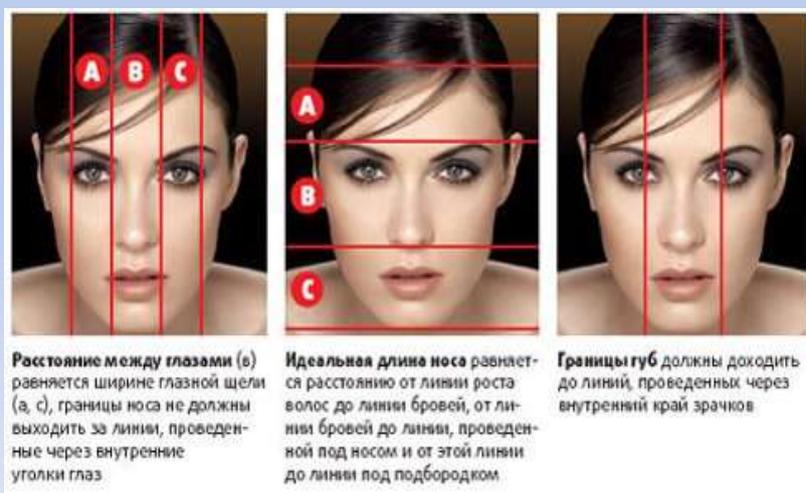
Но остановимся только на более интересующих нас вопросах: золотое сечение и человек.

В 1855 г. немецкий исследователь золотого сечения профессор Цейзинг опубликовал свой труд «Эстетические исследования». С Цейзингом произошло именно то, что и должно было неминуемо произойти с исследователем, который рассматривает явление как таковое, без связи с другими явлениями. Он абсолютизировал пропорцию золотого сечения, объявив ее универсальной для всех явлений природы и искусства. У Цейзинга были многочисленные последователи, но были и противники, которые объявили его учение о пропорциях «математической эстетикой».

Цейзинг проделал колоссальную работу. Он измерил около двух тысяч человеческих тел и пришел к выводу, что золотое сечение выражает средний статистический закон. Деление тела точкой пупа – важнейший показатель золотого сечения. Пропорции мужского тела колеблются в пределах среднего отношения $13 : 8 = 1,625$ и несколько ближе подходят к золотому сечению, чем пропорции женского тела, в отношении которого среднее значение пропорции выражается в соотношении $8 : 5 = 1,6$. Вот почему многие женщины пытаются приблизить свои пропорции к золотому сечению с помощью каблуков. У новорожденного пропорция составляет отношение $1 : 1$, к 13 годам она равна 1,6. Пропорции золотого сечения проявляются и в отношении других частей тела – длина плеча, предплечья и кисти, кисти и пальцев и, конечно же, лица.

По мнению ученых и людей искусства, художников и скульпторов, точное наличие золотой пропорции в лице человека и есть идеал красоты для человеческого взора.

Идеальное лицо

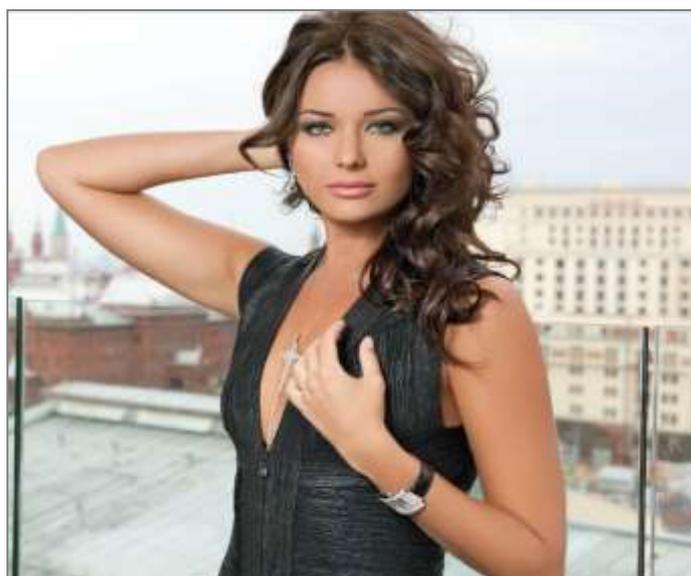


Расстояние между глазами равняется ширине глазной щели (А и С), границы носа не должны выходить за линии, проведенные через внутренние уголки глаз.

Идеальная длина носа равняется расстоянию от линии роста волос до линии бровей, от линии бровей до линии, проведенной под носом и от этой линии до линии под подбородком.

Границы губ должны доходить до линий, проведенных через внутренний край зрачков.

Взгляните на нашу Оксану Федорову, и вы поймете, что не зря ей присвоили звание «Мисс Вселенная».



После того, как мы узнали, какая фигура считается пропорциональной, мы решили провести эксперимент над собой и нашими подругами.

В эксперименте участвовали: Глазкова Лиза, Улыбина Настя, Ефремова Эля. В таблице представлены расчеты.

Фамилия, имя	Рост, см	Расстояние от пупа до пола (А), см	Расстояние от пупа до макушки (В), см	А : В
Глазкова Лиза	160	96	64	1,500
Улыбина Настя	155	95	60	1,583
Ефремова Эля	160	97	64	1,515

Вывод: ближе всех к идеалу Улыбина Настя, но и у остальных подружек пропорции отличные.

Ты ползал вокруг могучих развалин, чтобы вымолить у них тайну пропорции.

И. В. Гете

Роль пропорций осознавали древнегреческие и древнеегипетские зодчие. В чем заключается сила архитектурных пропорций? В том, что архитектурные пропорции – это математика зодчего. А математика – это универсальный язык науки, поэтому мы можем сказать, что пропорции – это универсальный язык архитектуры, язык всеобъемлющий и всеильный, как всеобъемлюща и всеильна математика. Не случайно в высказываниях архитекторов о пропорциях, так часто встречаются слова «внутренняя красота», «простота», «всеобщность».

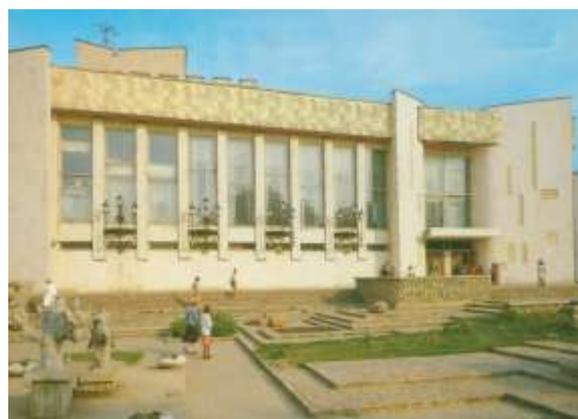
Пропорции являются важным и надежным средством зодчего для достижения хрупкого и тонко сбалансированного равновесия между целым и его частями, имя которому – гармония. Но по сравнению с композитором или скульптором архитектор находится в более сложном положении, так как на пути к гармонии он должен заботиться не только о «красоте», но также и о «пользе» и «прочности».

Во многих старинных строениях, а также современных зданиях заметно присутствие золотого сечения. Нас интересовал вопрос: «Присутствует ли золотое сечение в таких строениях Рязани как Драматический театр, Филармония имени С.А. Есенина, Театр юного

зрителя, Театр кукол?». Конечно же, настоящие размеры я определить не смогла, но отношение сторон удалось найти с помощью измерений на фотографиях. Они представлены в таблице.

Название	Длина (А)	Высота (В)	А : В
Драматический театр	12	8	1,5
Филармония имени С.А. Есенина	9,5	5,5	1,727
Театр юного зрителя	11,5	4	2,875
Театр кукол	10,5	4	2,625

Вывод: Драмтеатр и Филармония имеют наиболее близкие к золотому сечению отношения сторон.



Мы больше не останавливаемся на золотом сечении, так как этому вопросу можно посвятить ни один урок и ни одно занятие.

Если вы заметили, то пропорции зданий мы определяли с помощью фотографий, то есть использовали масштаб. Таким образом, переходим к очередному разделу нашего проекта – масштаб.

2. Масштаб.

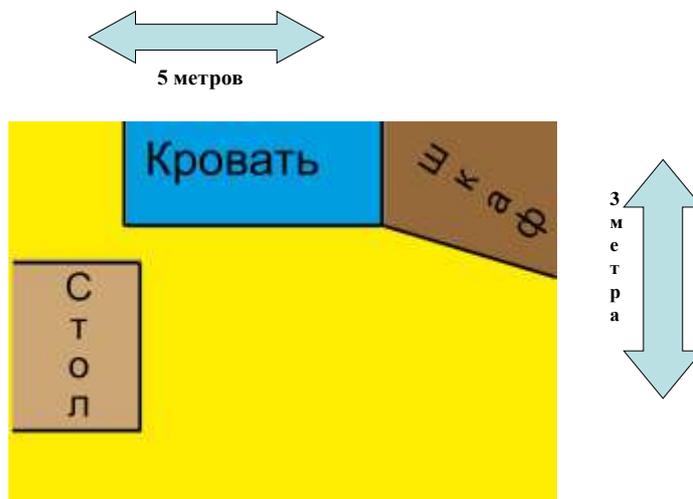
Что же такое масштаб? (*вопрос классу*).

*Отношение длины отрезка на карте (плане) или на чертеже к длине соответствующего отрезка на местности или на другом изображении (чертеже) называют **масштабом**.*

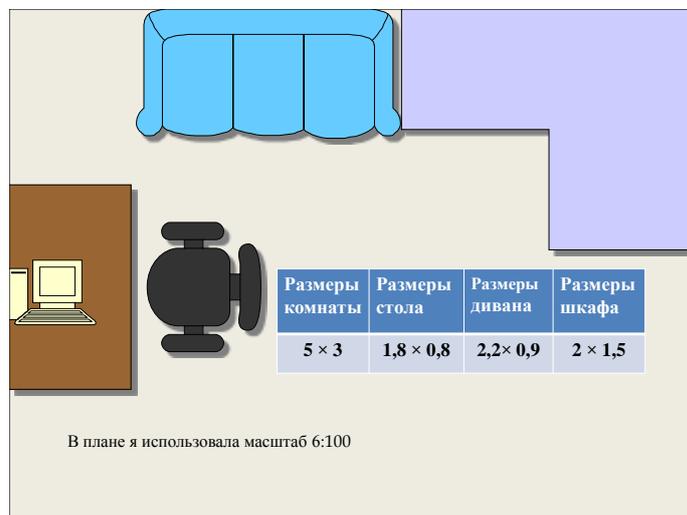
Используют масштаб часто.

Например, прежде чем сделать машину, сначала изготавливают ее модель и так далее.

Нам – участникам проекта было дано задание: измерить размеры своей комнаты и нарисовать ее план в масштабе. Вот что получилось.



В плане я использовала масштаб 6:100.



В плане я использовала масштаб 6:100

3. Концентрация вещества.

Далее были заданы вопросы:

- Отношение каких величин характеризует концентрацию раствора?
- Много ли соли в морской воде?

Мы отправились в библиотеку.

(Детская энциклопедия «Аванта», стр. 139.)

Много ли соли в морской воде?

Жителю приморского города или поселка ответить на этот вопрос совсем не трудно. Для этого нужно набрать ведро морской воды, поставить его на огонь и греть, пока вся вода не выкипит, а затем взвесить оставшуюся на дне соль. Но можно ли утверждать, что у соседа получится столько же соли? А вдруг его ведро окажется больше или меньше. В результате сосед выпарит другой объем воды, а потому у него останется другое количество соли.

Таким образом, наша мера солености – количество соли на ведро воды оказалась неудачной.

Возьмем другую меру – количество соли на килограмм раствора. То есть до кипячения раствор нужно взвесить, а потом вес полученной соли разделить на вес раствора.

Пусть вес раствора 8,4 кг, а вес соли 21 г. Вычисляем: $21/8,4 = 5/2$ грамма соли на килограмм раствора. Если опыт повторить, то опять получится почти такая же величина.

Но почему граммы на килограмм, а центнеры на тонну или фунты на пуд? Давайте-ка будем считать в граммах на грамм. Поскольку в килограмме 1000 грамм, то и результат будет в 1000 раз меньше: $5/2000 = 1/400$. Тот же ответ получится, если мы будем считать число тонн соли в тонне раствора или пудов в пуде.

Подходящая мера найдена, но вот запись...

Скажите, какое число больше: $11/1002$ или $12/1090$? Сразу и не поймешь, нужно считать. Куда легче сравнивать десятичные дроби. Дробь $0,01097$ меньше, чем дробь $0,01101$. Удобно? Конечно. Решено, будем записывать результат не обыкновенной, а десятичной дробью.

Казалось бы, зачем столько премудростей ради какой-то морской воды? Ну а если нужно знать точное содержание металла в руде, жира в молоке, химических веществ в лекарстве? Ведь задача та же самая.

Итак, мы договорились записывать ответ в виде десятичной дроби. С какой точностью?

*Имеет смысл рассматривать содержание одного вещества в другом с точностью до первых двух цифр после запятой. Вот мы и пришли к процентам, так как с латыни *pro centum* – «сотая часть».*

Говорят, то у наборщика сломалась литера, в результате чего возник этот причудливый знак %. Запись отношений стала удобнее. Этот символ обозначает, что перед нами относительная величина, а не граммы, литры или метры.

Проценты были известны индийцам еще в V столетии. В Европе десятичные дроби появились только спустя тысячелетие, их ввел нидерландский ученый Симон Стевин.



Таким образом, понятие «концентрация вещества» также связано с понятием «отношение».

Далее мы отправились в кабинет химии для определения концентрации привезенной из отпуска воды, взятой из Средиземного моря. Раствор мы вылили в чашку и с помощью горелки выпарили из нее воду. На стенках чашки и на ее дне образовалась соль. Далее мы взвесили чашку вместе с солью, а затем взвесили пустую чашку. Таким образом, мы определили количество соли в привезенном растворе. Оно равнялось 24 мг. Так как количество раствора у нас было 100 мл, то, составив отношение $24/100=0,24=24\%$, мы получили концентрацию соли в Средиземном море. Правда, сравнив с энциклопедическими данными, наши данные с ними не совпали. Может это произошло потому, что раствор был взят ближе к берегу, а не с середины моря, хотя, как знать, а вот находить концентрацию соли в морской воде мы научились, то есть цель достигнута.



Интересно сравнить среднюю соленость воды в промилле различных морей и океанов:

**Мировой океан – 35-36%,
Средиземное море – 37-39%,
Красное море – 41%,
Черное море – 17-18%,
Каспийское море – 11-13%,
Азовское море – 14%,
Мертвое море – 300%.**

Еще один интересный факт:

Если всю морскую соль равномерно распределить по поверхности суши, то получится слой толщиной более 150 метров – примерно 45-этажное здание!

4. Синус, косинус, тангенс острого угла.

В прошлом году мы работали над проектом «Треугольник». Практическим путем вышли на некоторые свойства прямоугольного треугольника. Например, что катет, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы.

В этом году мы узнали новые понятия, связанные с отношением, это:

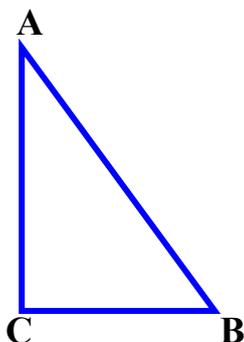
- синус острого угла прямоугольного треугольника;
- косинус острого угла прямоугольного треугольника;
- тангенс острого угла прямоугольного треугольника.

Определения:

а) синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе;

б) косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе;

в) тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему.



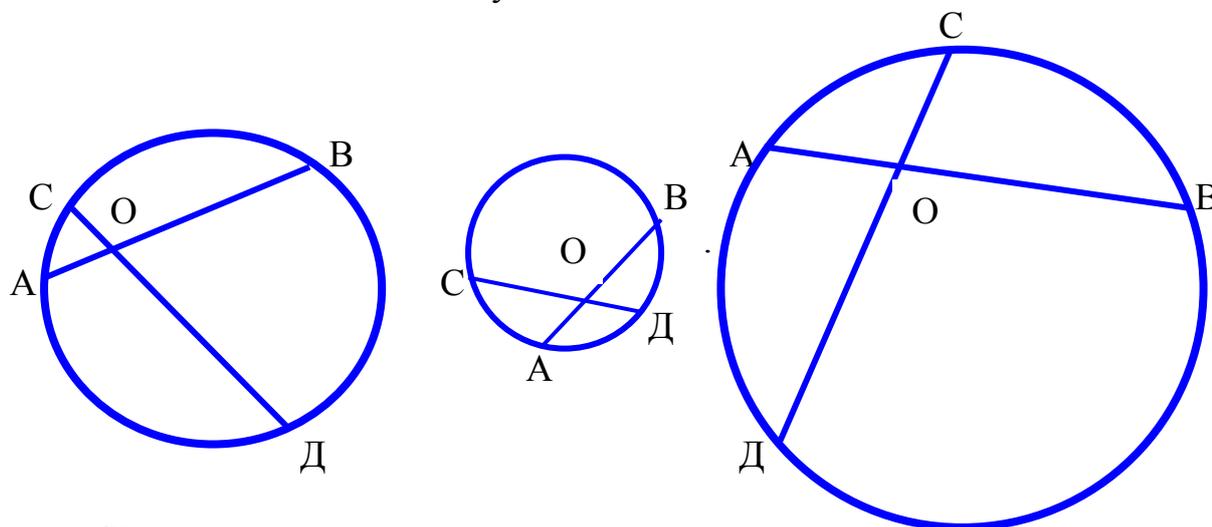
$$\sin \angle A = \frac{BC}{AB}, \quad \cos \angle A = \frac{AC}{AB}, \quad \operatorname{tg} \angle A = \frac{BC}{AC}.$$

Зная свойство, что катет, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы, мы догадались, что $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, а зная свойство равнобедренного прямоугольного треугольника, вычислили $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$.

5. Математическое исследование. Окружность и свойство хорд окружности.

- Провести окружность произвольного радиуса и две хорды АВ и СД этой окружности, пересекающиеся в точке О. Измерьте длины отрезков хорд, на которые они разбиваются точкой О. Сравните произведения $AO \cdot OB$ и $CO \cdot OD$.

- Повторите эксперимент еще два раза. Что вы заметили? Сформулируйте гипотезу. Можно ли на основании проведенного исследования считать гипотезу доказанной?



Гипотеза:

Если хорды АВ и СД окружности пересекаются в точке О, то $AO \cdot OB = CO \cdot OD$.

Эта гипотеза будет тоже доказана в курсе геометрии 8 класса.

6. Число Пи.

Продолжаем разговор об окружности.

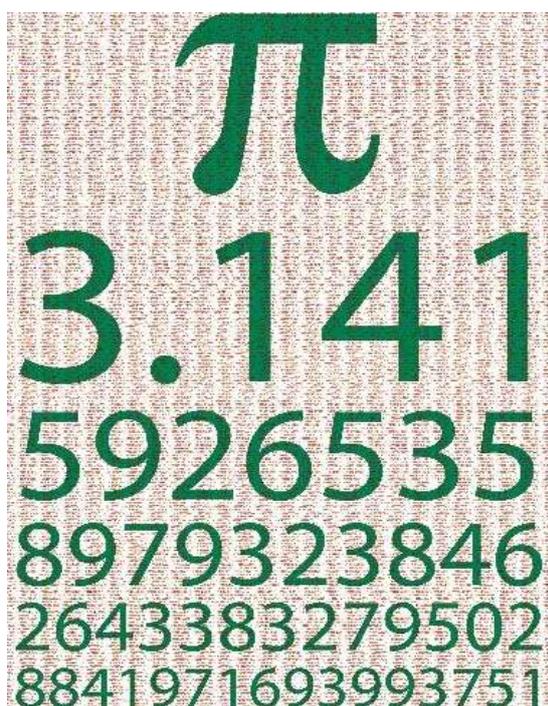
В этом году мы изучили формулу длины окружности. Мы узнали, что отношение длины окружности к ее диаметру есть число π .

Как нам уже известно, египетские и римские математики установили отношение длины окружности к диаметру не строгим геометрическим расчетом, как позднейшие математики, а нашли его просто из опыта. (Обтягивали ниткой круглый предмет, а затем измеряли длину нитки). Но этот опыт не давал приемлемого значения числа π .

В «Алгебре» древнего арабского математика Могомета – бен-Муза о вычислении длины окружности читаем такие строки:

«Лучший способ нахождения длины окружности – это умножить диаметр на $3\frac{1}{7}$, как это делал Архимед. Это самый скорый и самый легкий способ. Богу известно лучшее».

Теперь мы знаем, что и архимедово число $3\frac{1}{7}$ не вполне точно выражает отношение длины окружности к диаметру. Математик XVI века Лудольф, в Лейдене, имел терпение вычислить π с 35 десятичными знаками и завещал вырезать это значение на своем могильном памятнике. Вот оно 3,14159265358979323846264338327950288...



Для обычных вычислений с числом π достаточно помнить два знака после запятой, но можно запомнить больше знаков, если знать небольшие стихотворения или яркие фразы.

Например:

«Это я знаю и помню прекрасно».

3 1 4 1 5 9

А ученица средней школы города Москвы сочинила остроумное, слегка ироничное продолжение:

«Пи многие знаки мне лишни, напрасны».

2 6 5 3 5 8 ...

В целом получилось такое двустишие из 12 слов:

«Это я знаю и помню прекрасно,

Пи многие знаки мне лишни, напрасны».

Кстати говоря, 14 Марта - Международный день числа **пи**.

Этот праздник нужен, хотя бы для того, чтобы молодежь узнала, что такое число **пи**. А то когда одного студента спросили, сколько будет **пи** в квадрате, он ответил: «**Пи – пи**». В одном американском штате вообще вышел закон - приравнять число **пи** (3,14) к 4. Им лень умножать на 3,14.



Мы поинтересовались, какие еще величины связаны с числом π . Оказалось, что такая физическая величина, как сила света точечного источника, которая определяется по формуле $I = \phi/4\pi$, где I – сила света точечного источника, а ϕ – световой поток

Мы отправились в кабинет физики за разъяснениями. Там нам предложили провести эксперимент. С помощью фотометра измерить силу тока. Этот прибор энергию света превращает в силу тока.



В руки нам дали фотоэлемент. Сначала мы измерили силу света при открытых жалюзи, а затем при закрытых. При этом наблюдали, как стрелка фотометра резко стала отклоняться влево.

Нам понравилось в кабинете физики. Столько разных приборов, а самое главное, мы сами провели пусть легкий, но эксперимент, и сделали вывод: чем меньше световой поток, тем меньше сила тока.

Еще перед нами стояла задача определить уровень горизонтальной искусственной освещенности в кабинете математики. Для этого мы сначала получили ответ у заместителя директора по хозяйственной части на вопрос: «Какой мощности в кабинете математики лампы. Узнав, что мощность этих ламп 40 Вт, а их 23, мы произвели все расчеты согласно таблице, представленной в учебном пособии «Практикум по экологии», стр. 47 (см. литературу). $E = (P \times E_{\text{таб}}) : 10 \times K$, где P – удельная мощность ламп, а это отношение мощности всех ламп к площади пола. $E_{\text{таб}}$ – см. таблицу, $K = 1,3$ для школьных и жилых помещений.

Мощность лампы	Прямой свет		Рассеянный свет	
	120 В	220 В	120 В	220 В
40	26	3	22,5	19,5
60	35	27	30	23
100	35	27	30	23

Обработка результатов и выводы

Для создания достаточной искусственной освещенности в кабинете площадью 50 м² необходимо 12 люминесцентных ламп, а у нас их 23, включая подсветку над доской, поэтому освещенность в кабинете математики соответствует максимальному значению нормы.

7. Круговые диаграммы

В этом году мы также изучали такие понятия, как длина окружности и площадь круга, узнали, что такое сектор круга и что деление круга на секторы используется при составлении круговых диаграмм, с помощью которых можно наглядно показать, на какие части делится целое.

Для того чтобы построить круговую диаграмму приоритетных интересов обучающихся ба класса, был проведен опрос. Его результаты показаны в таблице.

Результаты опроса

№	Мероприятия	Рейтинг
1	Чтение	1
2	Спорт	8
3	Прогулка	9
4	Компьютер	5
5	Телевизор	2
6	Музыка	2

Всего опрошенных ребят – 23.

Составив отношение полученных результатов к числу опрошенных обучающихся и выразив эти отношения в процентах, получили следующую круговую диаграмму.

Спорт	Прогулка	Компьютер	Телевизор	Чтение	Музыка
$8:23 \approx 0,35$	$9:23 \approx 0,39$	$5:23 \approx 0,21$	$2:23 \approx 0,09$	$1:23 \approx 0,04$	$2:23 \approx 0,09$
126°	141°	76°	32°	15°	32°



Заключение

В своей работе мы лишь коснулись темы «Пропорция». А знаете ли вы, что пропорции бывают случайные и закономерные?

Например, отношения или пропорции между числом слогов самых длинных и самых коротких – это случайные пропорции, а пропорция между длительностью нот – это закономерная.

К числу закономерных отношений относятся прямо пропорциональные и обратно пропорциональные, которые широко используются в разнообразнейших расчетах, производимых школьниками, инженерами, администраторами и т. д. О пропорциях можно говорить много, эта тема очень широкая. А вот то, что мы еще вернемся к «Золотому сечению», это точно, так как в этом году мы рассмотрели «Золотое сечение» только в двух направлениях: в анатомии человека и архитектуре. Выяснили интересующие нас вопросы, связанные с красотой человека и проведенные нами исследования относительно наших пропорций нас порадовали. Выявили самые красивые здания в Рязани, опираясь на научный подход к этому понятию, а не на визуальные восприятия человека.

Мы впервые смогли изобразить план нашей комнаты, изучив тему масштаб, а, следовательно, теперь можем изобразить план местности, пусть небольшой, то есть познакомились с работой картографов.

Было очень интересно самим проводить химический опыт при нахождении концентрации соли в растворе из воды, привезенной специально из отпуска для нас нашей одноклассницей.

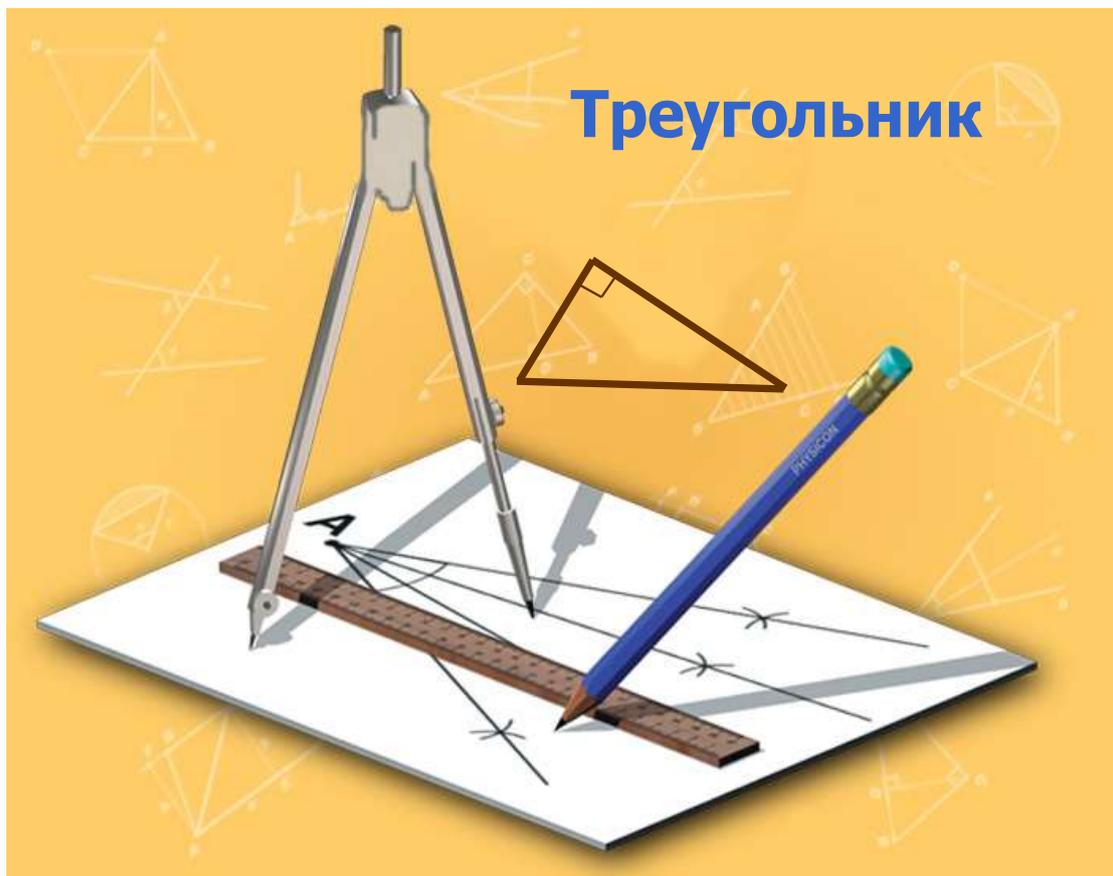
Мы углубили свои знания, связанные с окружностью и с числом π . Сами ставили опыт, связанный с силой тока. Конечно, что такое формула мы знаем, но формула для расчета освещенности помещения нам показалась сложной. Правда, после консультации учителей физики и математики, мы разобрались с понятиями и смогли рассчитать освещенность кабинета математики.

Продолжили работать над прямоугольным треугольником. Узнали определения синуса, косинуса, тангенса острых углов прямоугольного треугольника. Опытным путем вышли на значения $\sin 30^\circ$ и $\operatorname{tg} 45^\circ$. Накопили опыт анкетирования и интервьюирования, хотя небольшой опыт в этой области у нас уже был, мы ведь работали над проектом в 4 классе. Мы, безусловно, расширили свой кругозор, но, занимаясь темой «отношения», поняли, сколько же всего нам еще предстоит узнать, правда, и время для этого у нас еще есть.

Литература

1. Алексеев, С.В. Практикум по экологии : учеб. пособие / С.В. Алексеев, Н.В. Груздева, А.Г. Муравьев, Э.В. Гущина ; под ред. С.В. Алексеева. – М. : АО МДС, 1996. – 196 с.
2. Дорофеев, Г.В. Математика. 6 класс. Ч. 1, 2, 3 / Г.В. Дорофеев, Л.Г. Петерсон. – М. : Издательство «Ювента», 2012.
3. Детская энциклопедия. – «Аванта». – С. 139. – Т. 4.
4. Математика : учебник для 6 класса общеобразовательных учреждений / Н.Б. Истомина. – 4-е изд., испр. и доп. – Смоленск : «Ассоциация ХХ1 век», 2009.
5. Математика : учебник-собеседник для 5-6 классов средней школы. – М. : Просвещение, 1989.
6. Фернандо Корбалам Золотое сечение. Математический язык красоты. – 2013. – 160 с.
7. Физический калейдоскоп / под ред. А.И. Ченоуцана, С.В. Алексеева. – М. : Бюро Квантум, 1994. – С. 15.
8. Перельман, Я.И. Занимательная геометрия / Я.И. Перельман. – Изд. девятое. – М., 1955.
9. Интернет-ресурсы.

Муниципальное бюджетное образовательное учреждение
«Лицей № 52»



Проект учащихся 5 Б класса «Треугольник»

Руководитель проекта:
Наумлинская Н. В.

Рязань

2010 год

Основные этапы работы

1. С помощью вопросов, заданных обучающимся, выйти на определение треугольника.

2. Решение практических задач:

- а) с помощью транспортира вычислить сумму углов треугольника;
- б) классифицировать треугольники по сторонам и углам;
- в) установить соотношение между сторонами и углами треугольника;
- г) выйти на условие, необходимое для существования треугольника, то есть на неравенство треугольника.

3. Проблемные вопросы.

4. Прямоугольный треугольник:

- а) историческая справка;
- б) свойства прямоугольного треугольника.

5. Выводы.

Проект обучающихся 5 Б класса «Треугольник»

Цель: Дать определение треугольника. Исходя из практических задач, выдвинуть несколько гипотез, позволяющих выйти на некоторые свойства треугольника, которые будут доказаны в курсе геометрии 7, 8 классов.

Вступление

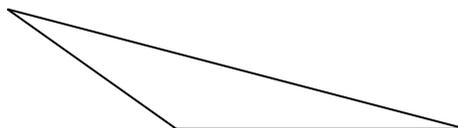
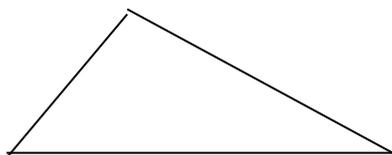
Древние греки на основе наблюдений и из практического опыта делали выводы, высказывали свои предположения – гипотезы. (Hypotesis основание, предположение), а затем на встречах ученых – симпозиумах (symposium – буквально пиршество, совещание по какому-либо научному вопросу). Эти гипотезы пытались обосновать и доказать. В то время сложилось утверждение «В споре рождается истина».

1. Проблемный вопрос.

Какому условию должны удовлетворять три точки, чтобы быть вершинами треугольника?

а) Выбираем три точки, лежащие на одной прямой.  Никакого треугольника не получилось.

б) Берем три произвольные точки в тетради (на листе бумаги, на доске), не лежащие на одной прямой, соединяем их отрезками.



Получаем треугольник.

1. Мы вышли на наше **первое определение**.

Треугольник – это геометрическая фигура, состоящая из трех точек, не лежащих на одной прямой, и трех отрезков, соединяющих эти точки.

Практические задачи

1. Каждому участнику творческой группы были розданы треугольники разной конфигурации, и мы получили практическое задание.

Измерить с помощью транспортира все углы розданных нам треугольников и найти их сумму.

Результаты необходимо было занести в таблицу. Вот что получилось.

1	2	3	4	5
30°, 52°, 100°	40°, 90°, 50°	36°, 78°, 65°	45°, 65°, 70°	43°, 56°, 80°
Сумма 182°	Сумма 180°	Сумма 179°	Сумма 180°	Сумма 179°

2. Вторая практическая задача.

Вырежьте из цветной бумаги треугольник. Отрежьте у него два угла и приложите их вершинами к вершине третьего угла так, чтобы одна из сторон каждого отрезанного угла совпала с одной из сторон третьего угла. Какой вывод о сумме углов исходного треугольника можно сделать?

Поскольку мы получили в результате развернутый угол, то **вывод** напрашивался следующий:

Сумма углов треугольника равна 180°.

3. Третья практическая задача.

Опираясь на сделанный вывод, определите третий угол треугольника,

а) 30° и 60°; б) 30° и 15°; в) 30° и 80°; г) 30° и 75°; д) 60° и 60°; е) 100° и 100°.

Результат занесите в таблицу. Во всех ли случаях треугольник с указанными углами существует?

Мы получили следующие данные и сделали очередной вывод.

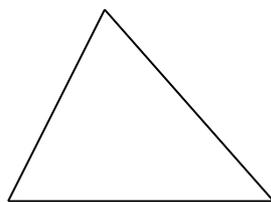
а	б	в	г	д	е
90°	135°	70°	75°	60°	?

Вывод: В случае е) треугольник построить нельзя. В остальных можно, но только единственный.

Затем мы классифицировали треугольники по сторонам и углам.

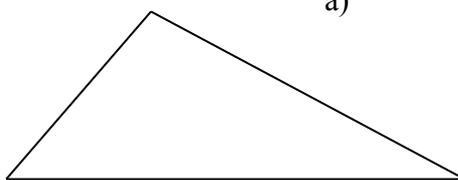
Виды треугольников по углам

в)



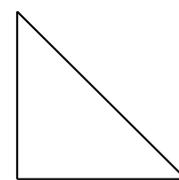
Остроугольный

б)



Тупоугольный

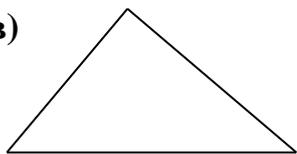
а)



Прямоугольный

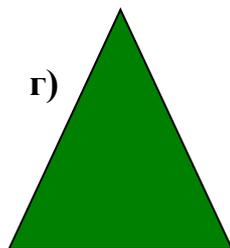
Виды треугольников по сторонам

а), б), в)



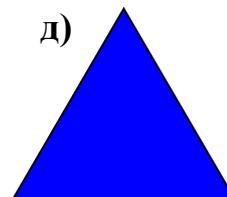
Произвольный

г)



Равнобедренный

д)



Равносторонний

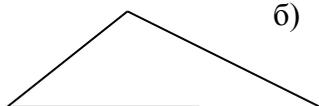
4. Четвертая практическая задача:

Измерьте с помощью циркуля стороны, лежащие напротив прямого угла, тупого угла. Сравните их с длинами оставшихся сторон. Сравните между собой длины сторон, лежащих против углов в 30° и 80° . Сделайте вывод.

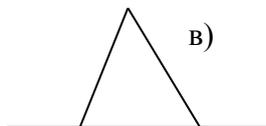
Вывод: Против большего угла лежит большая сторона и против большей стороны лежит больший угол.

5. Затем нам раздали отрезки различной длины и задали вопрос: Из каких отрезков можно сложить треугольник, а из каких нет?

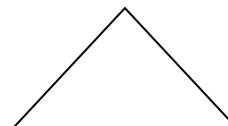
а)



б)

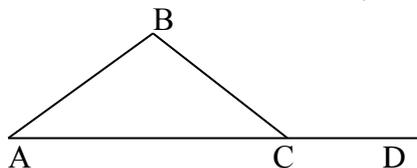


в)



Вывод. Для того, чтобы получить треугольник, необходимо, чтобы сумма длин двух сторон была больше третьей стороны. (Неравенство треугольника).

6. Далее мы получили следующую информацию.



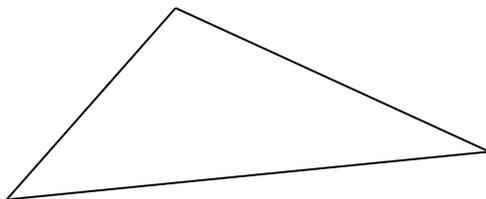
Если продолжить одну из сторон треугольника ABC, то образуется смежный угол. $\angle ACB$ – внутренний угол треугольника ABC, а $\angle BCD$ – внешний.

Узнав это, нам предложили ответить на ряд вопросов.

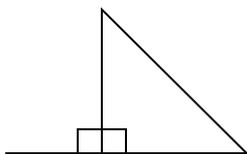
Проблемные вопросы

1. Могут ли всякие три плоских угла (отличные от нулевого), сумма которых равна 180, быть углами треугольника? *(Да.)*

2. Какой вид (по углам) имеет треугольник, в котором один из внутренних углов больше смежного с ним внешнего угла? *(Тупоугольный.)*



3. Какой вид (по углам) имеет треугольник, в котором один из внутренних углов равен смежному с ним внешнему углу? *(Прямоугольный.)*



4. Какой вид (по углам) может иметь треугольник, в котором один из внутренних углов меньше смежного с ним внешнего угла?

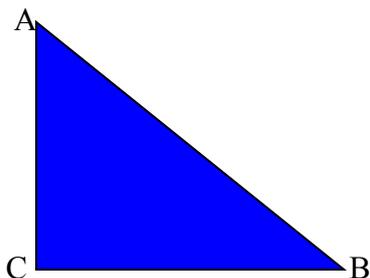
(Неопределенность, так как он может быть и остроугольным, и тупоугольным и прямоугольным.)

5. Может ли внешний угол треугольника быть равным 190° ? *(Нет, так как сумма смежных углов равна 180° .)*

6. Остановимся теперь только на одном виде треугольников.

Прямоугольный треугольник

Определение. Если один из углов треугольника прямой, то треугольник называется прямоугольным. Сторона прямоугольного треугольника, лежащая против прямого угла, называется гипотенузой, а две другие – катетами.



Некоторые свойства прямоугольного треугольника

а) Сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна 90° . (Смотри практическую задачу № 4.)

б) Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы. (Смотри практическую задачу №5.)

в) Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен 30° .

Для того, чтобы лучше нам узнать об истории прямоугольного треугольника, мы отправились в библиотеку, а там узнали, что термин "*гипотенуза*" происходит от греческого *hypoteinsa*, означающего *тянущаяся под чем-либо, стягивающая*. Слово берет начало от образа древнеегипетских арф, на которых струны натягивались на концы двух взаимно перпендикулярных подставок.

Термин "*катет*" происходит от греческого слова «*катетос*», которое означало *отвес, перпендикуляр*.

Евклид употреблял выражения: «*стороны, заключающие прямой угол*», для катетов; «*сторона, стягивающая прямой угол*» – для гипотенузы.

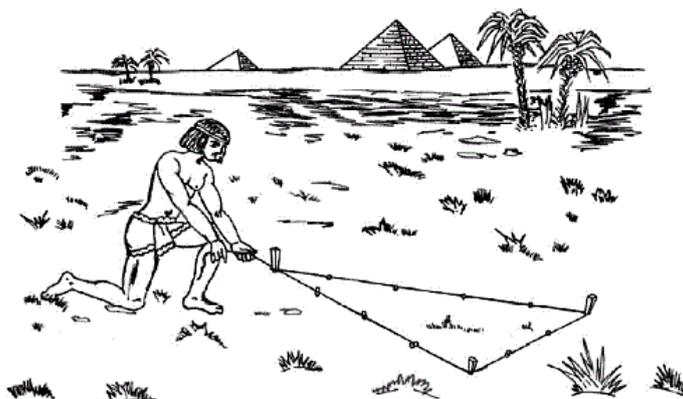
Историческая справка

Прямоугольный треугольник занимает почетное место в вавилонской геометрии. Упоминание о нем часто встречается в *папирусе Ахмеса*.

Математический папирус **Ахмеса** – древнеегипетское учебное руководство по арифметике и геометрии периода Среднего царства, переписанное около 1650 лет до н. э. писцом по имени **Ахмес** на свиток папируса длиной 5,25 м и шириной 33 см. Папирус Ахмеса был обнаружен в 1858 году шотландским египтологом Генри Риндом и часто называется папирусом Райнда по имени его первого владельца. В 1870 году папирус был расшифрован, переведен и издан. Ныне большая часть рукописи находится в Британском музее в Лондоне, а вторая часть – в Нью-Йорке.

С древних времен известен очень простой способ построения на местности прямых углов.

Возьмем шнур и три колышка. На шнуре отметим 12 равных долей. Затем узлами выделим три части шнура так, чтобы первая часть состояла из 5, вторая из 4, а последняя из 3 долей. Далее вбивают колышки так, как показано на рисунке. Впоследствии треугольник со сторонами 3, 4, 5, был назван *египетским*.



В этом году мы сделали только несколько выводов и выдвинули гипотезы о сумме углов треугольника, о неравенстве треугольника, о катете, лежащем против угла в 30° , о соотношении длин сторон треугольника и его углов, об углах равностороннего и равнобедренного треугольников. Но сколько еще предстоит узнать, а самое главное доказать справедливость наших гипотез!

Оглавление

Предисловие.....	3
Организация проектной деятельности в опыте учителя-практика.....	4
Приложение. Примеры оформления проектных работ.....	15
«Симметрия вокруг нас».....	15
«Отношения».....	31
«Треугольник».....	50

Наумлинская Наталья Викторовна

**Проектная деятельность
как фактор повышения эффективности
обучения математике в средней школе**

Методическое пособие

Под научной редакцией Денисовой Марии Ивановны

Н/К

Подписано в печать 09.03.2017 г. Формат 60x84^{1/16}.

Объем 3,48 усл. печ. л. Тираж 100 экз.

Заказ №1699. Цена договорная.

Издательство ОГБУ ДПО «Рязанский институт развития образования».
390023, г. Рязань, ул. Урицкого, д. 2а.

Отпечатано в научно-методическом отделе
ОГБУ ДПО «Рязанский институт развития образования».
390023, г. Рязань, ул. Урицкого, д. 2а.
Тел.: (4912) 44-54-87 (АТС), доб. 2-58.

